UNIVERSITE DE RENNES I **Master 1 de Physique 2005-2006**

U.F.R. S.P.M.

UE 3.a Physique atomique
TD 1. Couplage de moments cinétiques

Considérons un système constitué de deux moments cinétiques $\boldsymbol{\ell} = \mathbf{1}$ (états p)

1. Quelle est la dimension de l'espace des états de ce système ?
   Indication : Dénombrer les paires (m_1, m_2) *différentes.*
2. Vérifier que la somme des dimensions des sous-espaces de L fixé est la même que celle trouvée en 1.
   Indication : Dénombrer les états de valeurs de L *ou* M *différentes.*
3. Calculer toutes les composantes de tous les états $|LM\rangle$ dans la base des états $|m_1\, m_2\rangle$.
   Indications : Appliquer l'opérateur d'échelle L_-*, en commençant par l'état de* (L, M) *les plus élevés. Pour déterminer l'état de* L *suivant, appliquer l'orthogonalité entre états de* L *différents ainsi que la convention de phase des coefficients de Clebsch-Gordan.*
4. Montrer que la matrice des coefficients trouvés en 3 forme une matrice orthogonale.
   Indication : une matrice carrée est orthogonale si sa transposée est égale à son inverse. La valeur absolue de son déterminant vaut donc 1.
5. Interpréter les résultats de 4.
6. En déduire les deux relations de fermeture des coefficients de Clebsch-Gordan.
   Indication : Les vecteurs propres d'un opérateur hermitique sont orthogonaux. D'autre part, les vecteurs propres ici sont normalisés.
7. Justifier la forme bloc-diagonale de la matrice trouvée en 4.
   Indication : considérer les relations de commutation des opérateurs $\boldsymbol{\ell}_1^2$, $\boldsymbol{\ell}_2^2$, $\boldsymbol{L}^2$, $\boldsymbol{\ell}_{1z}$, $\boldsymbol{\ell}_{2z}$, $\boldsymbol{L}_z$.
8. Transformer les coefficients de Clebsh-Gordan obtenus en 3 en symboles 3-j de Wigner.